

ИДЗ 3 Функциональные ряды

Задача 1. Найти область сходимости функционального ряда.

$$1.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(x+n)^{-1/5}}.$$

$$1.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^n.$$

$$1.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \frac{1}{(3x^2+4x+2)^n}.$$

$$1.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{3^n} (x^2-4x+6)^n.$$

$$1.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1-x^n}.$$

$$1.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n+1} \frac{1}{(27x^2+12x+2)^n}.$$

$$1.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+x^{2n}}.$$

$$1.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n2^n}{n+1} \frac{1}{(3x^2+8x+6)^n}.$$

$$1.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+3} \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^n.$$

$$1.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x^2-6x+12)^n}{4^n(n^2+1)}.$$

$$1.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\sqrt[3]{n^2} + \sqrt{n} + 1)^{2x+1}}.$$

$$1.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(x+n)^3}.$$

$$1.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{x+n}}.$$

$$1.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x^2-5x+11)^n}{5^n(n^2+5)}.$$

$$1.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+x)^n}{n^n}.$$

$$1.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+x)}.$$

$$1.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(x+n)^2}.$$

$$1.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+x^n}{1-x^n}.$$

$$1.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{xn^x}.$$

$$1.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^{x^2-1}}.$$

$$1.21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n(n^2+1)} (25x^2+1)^n.$$

$$1.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n}}{x^2+n^2}.$$

$$1.23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^3}{n^3 + 2} \frac{1}{(3x^2 + 10x + 9)^n}.$$

$$1.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{x + 2^n}.$$

$$1.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(x+n)(x+n+1)}.$$

$$1.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|x|^n + |x|^{-n}}{2}.$$

$$1.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n(n+e^x)}.$$

$$1.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{(n-e^x)(n^2+1)}.$$

$$1.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n-x)^{1/3}}.$$

$$1.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{3^{nx} + 2}.$$

$$1.31. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n+x^2}.$$

Задача 2. Найти область сходимости функционального ряда.

$$2.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n}{n} x^{2n} \sin(x + \pi n).$$

$$2.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n} x^{4n} \sin(2x - \pi n).$$

$$2.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n} x^{4n} \cos(x + \pi n).$$

$$2.4. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5}{3}\right)^n \frac{1}{\sqrt{n}} x^{2n} \cos(x - \pi n).$$

$$2.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n}}{\sqrt[3]{n}} x^{4n} \sin(3x + \pi n).$$

$$2.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{n} x^{2n} \sin(5x - \pi n).$$

$$2.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{\sqrt[4]{3n}} x^{2n} \cos(x + \pi n).$$

$$2.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n}{2n} x^{2n} \sin(3x - \pi n).$$

$$2.9. \sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^{3n} \sin \frac{x}{n}.$$

$$2.10. \sum_{n=1}^{\infty} 3^{2n} x^n \sin \frac{x}{2n}.$$

$$2.11. \sum_{n=1}^{\infty} 2^{3n} x^n \sin \frac{2x}{n}.$$

$$2.12. \sum_{n=1}^{\infty} 3^n x^{3n} \sin \frac{3x}{\sqrt{n}}.$$

$$2.13. \sum_{n=1}^{\infty} 3^n x^n \operatorname{tg} \frac{3x}{n}.$$

$$2.14. \sum_{n=1}^{\infty} 8^n x^{3n} \operatorname{tg} \frac{x}{4\sqrt{n}}.$$

$$2.15. \sum_{n=1}^{\infty} x^{3n} \operatorname{tg} \frac{2x}{3n}.$$

$$2.16. \sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^{3n} \arcsin \frac{x}{3n}.$$

$$2.17. \sum_{n=1}^{\infty} 16^n x^{3n} \arcsin \frac{x}{\sqrt[3]{n}}.$$

$$2.18. \sum_{n=1}^{\infty} 32^n x^{5n} \arcsin \frac{x}{\sqrt{n}}.$$

$$2.19. \sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^n \operatorname{arctg} \frac{2x}{n+1}.$$

$$2.20. \sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^{3n} \operatorname{arctg} \frac{x}{2(n+3)}.$$

$$2.21. \sum_{n=1}^{\infty} 27^n x^{3n} \operatorname{arctg} \frac{3x}{2n+3}.$$

$$2.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n}{n^2} \sin^{3n} x.$$

$$2.23. \sum_{n=1}^{\infty} 8^n n^2 \sin^{3n} x.$$

$$2.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{\sqrt{n}} \sin^{2n} (2x).$$

$$2.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n} \operatorname{tg}^{2n} x.$$

$$2.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^4} \sin^n (3x).$$

$$2.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n^2} \sin^{2n} x.$$

$$2.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \operatorname{tg}^n (2x).$$

$$2.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \operatorname{tg}^n x.$$

$$2.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 3^{n/2}} \operatorname{tg}^n x.$$

$$2.31. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \cdot 3^{n/2}}{\sqrt{n}} \operatorname{tg}^n (2x).$$

Задача 3. Найти область сходимости степенного ряда.

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-2)^3 (x+3)^{2n}}{2n+3}.$$

$$3.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-3)^n}{(n+1)5^n}.$$

$$3.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n9^n}.$$

$$3.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{(n+1)^5 x^{2n}}.$$

$$3.5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-2)^{2n}}{2n}.$$

$$3.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^{2n+1}}{3n+8}.$$

$$3.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+1}{3^n (x-2)^n}.$$

$$3.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{x^n}.$$

$$3.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{4^n (2n-1)}.$$

$$3.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-7)^{2n-1}}{(2n^2-5n)4^n}.$$

$$3.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(3n+1)2^n}.$$

$$3.12. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{3n(x-2)^{3n}}{(5n-8)^3}.$$

$$3.13. \sum_{n=1}^{\infty} (x+5)^n \operatorname{tg} \frac{1}{3^n}.$$

$$3.14. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\sqrt{n}}{n^2+1} (x-2)^n.$$

$$3.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 9^n (x-1)^{2n}}.$$

$$3.16. \sum_{n=1}^{\infty} 3^{n^2} x^{n^2}.$$

$$3.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{n^2}}{n^n}.$$

$$3.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{(n+1)!} (x+5)^{2n+1}.$$

$$3.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n-2)(x-3)^n}{(n+1)^2 2^{n+1}}.$$

$$3.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{(n+4) \ln(n+4)}.$$

$$3.21. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+2) \ln(n+2) (x-3)^{2n}}.$$

$$3.22. \sum_{n=5}^{\infty} \frac{1}{2^n n^2 (x+2)^n}.$$

$$3.23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^{n^2}}{n^{n+1}}.$$

$$3.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{x^n}.$$

$$3.25. \sum_{n=5}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{3^n (x+3)^n}.$$

$$3.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n (x+1)^{2n}}{n}.$$

$$3.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+5}{(2n+9)^5 (x+2)^{2n}}.$$

$$3.28. \sum_{n=5}^{\infty} \frac{n^2+1}{5^n (x+4)^n}.$$

$$3.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{(2n+1)3^n}.$$

$$3.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 (x-3)^n}{(n^4+1)^2}.$$

$$3.31. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^5 x^{2n}}{2n+1}.$$

Задача 4. Доказать равномерную сходимость функционального ряда на отрезке $[0, 1]$.

$$4.1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{7n-11}.$$

$$4.2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{5n-6}.$$

$$4.3. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{4n-6}.$$

$$4.5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{4n-5}.$$

$$4.7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{3n-4}.$$

$$4.9. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{6n-11}.$$

$$4.11. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{7n-10}.$$

$$4.13. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{n^3-4}}.$$

$$4.15. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{8n-12}.$$

$$4.17. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{5n-8}.$$

$$4.19. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{4n-7}.$$

$$4.21. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{7n-13}.$$

$$4.23. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{3n-5}.$$

$$4.25. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{8n-11}.$$

$$4.27. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{8n^3-12}}.$$

$$4.29. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{9n-15}.$$

$$4.4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{n^3-5}}.$$

$$4.6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{5n-9}.$$

$$4.8. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{n^3-2}}.$$

$$4.10. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{n^3-7}}.$$

$$4.12. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{6n-8}.$$

$$4.14. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{2n-3}.$$

$$4.16. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{6n-7}.$$

$$4.18. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{6n-10}.$$

$$4.20. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{5n-7}.$$

$$4.22. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{8n^3-21}}.$$

$$4.24. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{8n^3-19}}.$$

$$4.26. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{8n^3-11}}.$$

$$4.28. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{n^3-3}}.$$

$$4.30. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{10n-12}.$$

$$4.31. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{n^3 - 6}}.$$

Задача 5. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням x .

$$5.1. \frac{9}{20 - x - x^2}.$$

$$5.2. \frac{x^2}{\sqrt{4 - 5x}}.$$

$$5.3. \ln(1 - x - 6x^2).$$

$$5.4. 2x \cos^2(x/2) - x.$$

$$5.5. \frac{\operatorname{sh} 2x}{x} - 2.$$

$$5.6. \frac{7}{12 + x - x^2}.$$

$$5.7. \frac{x}{\sqrt[3]{27 - 2x}}.$$

$$5.8. \ln(1 + x - 6x^2).$$

$$5.9. (x - 1) \sin 5x.$$

$$5.10. \frac{\operatorname{ch} 3x - 1}{x^2}.$$

$$5.11. \frac{6}{8 + 2x - x^2}.$$

$$5.12. \frac{1}{\sqrt[4]{16 - 3x}}.$$

$$5.13. \ln(1 - x - 12x^2).$$

$$5.14. (3 + e^{-x})^2.$$

$$5.15. \frac{\arcsin x}{x} - 1.$$

$$5.16. \frac{7}{12 - x - x^2}.$$

$$5.17. x^2 \sqrt{4 - 3x}.$$

$$5.18. \ln(1 + 2x - 8x^2).$$

$$5.19. 2x \sin^2(x/2) - x.$$

$$5.20. (x - 1) \operatorname{sh} x.$$

$$5.21. \frac{5}{6 + x - x^2}.$$

$$5.22. x \sqrt[3]{27 - 2x}.$$

$$5.23. \ln(1 + x - 12x^2).$$

$$5.24. \frac{\sin 3x}{x} - \cos 3x.$$

$$5.25. \frac{\operatorname{arctg} x}{x}.$$

$$5.26. \frac{5}{6 - x - x^2}.$$

$$5.27. \sqrt[4]{16 - 5x}.$$

$$5.28. \ln(1 - x - 20x^2).$$

$$5.29. (2 - e^x)^2.$$

$$5.30. (x - 1) \operatorname{ch} x.$$

$$5.31. \frac{3}{2-x-x^2}.$$

Задача 6. Вычислить интеграл с точностью до 0,001.

$$6.1. \int_0^{0,1} e^{-6x^2} dx.$$

$$6.2. \int_0^{0,1} \sin(100x^2) dx.$$

$$6.3. \int_0^1 \cos x^2 dx.$$

$$6.4. \int_0^{0,5} \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}.$$

$$6.5. \int_0^{0,1} \frac{1-e^{-2x}}{x} dx.$$

$$6.6. \int_0^1 \frac{\ln(1+x/5)}{x} dx.$$

$$6.7. \int_0^{1,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{27+x^3}}.$$

$$6.8. \int_0^{0,2} e^{-3x^2} dx.$$

$$6.9. \int_0^{0,2} \sin(25x^2) dx.$$

$$6.10. \int_0^{0,5} \cos(4x^2) dx.$$

$$6.11. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[4]{16+x^4}}.$$

$$6.12. \int_0^{0,2} \frac{1-e^{-x}}{x} dx.$$

$$6.13. \int_0^{0,4} \frac{\ln(1+x/2)}{x} dx.$$

$$6.14. \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{64+x^3}}.$$

$$6.15. \int_0^{0,3} e^{-2x^2} dx.$$

$$6.16. \int_0^{0,4} \sin(5x/2)^2 dx.$$

$$6.17. \int_0^{0,2} \cos(25x^2) dx.$$

$$6.18. \int_0^{1,5} \frac{dx}{\sqrt[4]{81+x^4}}.$$

$$6.19. \int_0^{0,4} \frac{1-e^{-x/2}}{x} dx.$$

$$6.20. \int_0^{0,1} \frac{\ln(1+2x)}{x} dx.$$

$$6.21. \int_0^{2,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{125+x^3}}.$$

$$6.22. \int_0^{0,4} e^{-3x^2/4} dx.$$

$$6.23. \int_0^{0,5} \sin(4x^2) dx.$$

$$6.24. \int_0^{0,4} \cos(5x/2)^2 dx.$$

$$6.25. \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[4]{256 + x^4}}.$$

$$6.27. \int_0^{2,5} \frac{dx}{\sqrt[4]{625 + x^4}}.$$

$$6.29. \int_0^{0,5} e^{-3x^2/25} dx.$$

$$6.31. \int_0^{0,1} \cos(100x^2) dx.$$

$$6.26. \int_0^{0,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{1 + x^3}}.$$

$$6.28. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{8 + x^3}}.$$

$$6.30. \int_0^1 \sin x^2 dx.$$